Gara a Squadre
14 aprile 2015

1. NUMERO CICLICO

Considerate la seguente moltiplicazione, sapendo che a lettere uguali corrispondono cifre uguali e a lettere diverse corrispondono cifre diverse:

ILANOM x
4 =
____
MILANO

Scrivete tutte le possibili soluzioni numeriche per la parola MILANO.

2. A PARTIRE DA UNA SOLA CIFRA

Un numero di due cifre, uguali tra loro, viene moltiplicato per 99. Quale sarà il risultato della moltiplicazione, sapendo che è un numero di quattro cifre e che la sua terza cifra (a partire da sinistra) è 5?

3. QUADRATINI IN UN QUADRATONE

Quanti fiammiferi, lunghi 5 cm., occorrono al minimo per ricoprire un pavimento quadrato (1m x 1m) con un reticolato di quadratini di 5 cm. di lato?

4. E' UN NUMERO TROPPO GRANDE

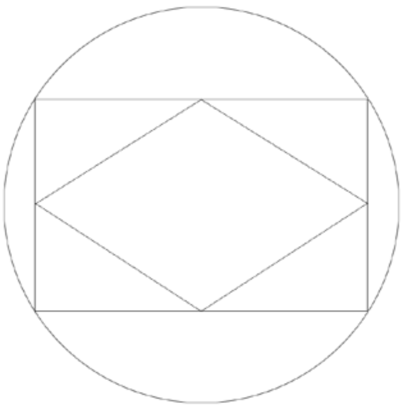
Calcolate la radice quadrata del numero:

444 ... 44111 ... 11 – 555 ... 55

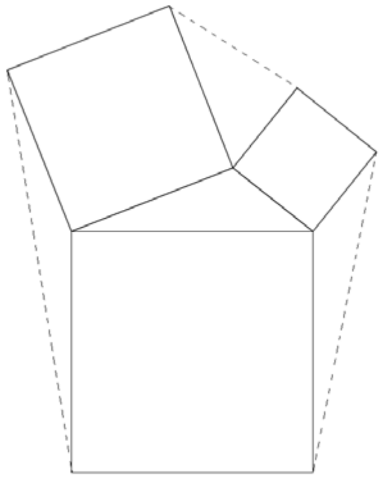
(il primo addendo è costituito dalla cifra 4 ripetuta 2006 volte e seguita dalla cifra 1 ripetuta anch'essa 2006 volte; il secondo addendo è costituito dalla cifra 5 ripetuta 2006 volte).

5. SI INSCRIVE!

Inscrivete in un cerchio che ha il diametro di 2 cm. un rettangolo qualsiasi e considerate i punti medi dei suoi lati. Qual è la lunghezza del segmento che congiunge due di questi punti medi consecutivi?



6. **UN CONFRONTO TRA TRIANGOLI**



Considerate un triangolo qualsiasi e, esternamente ad esso, i tre quadrati costruiti a partire dai suoi tre lati.
Se congiungete (in figura sono i segmenti tratteggiati) i vertici “liberi” di questi quadrati, ottenete tre nuovi triangoli.
Scrivete il numero che dà il rapporto tra l’area di uno dei nuovi triangoli (quello di destra, ad esempio) e l’area del triangolo iniziale.

7. **TUTTI I VALORI POSSIBILI**
Scrivete tutte le coppie (x, y) di numeri interi che soddisfano l’uguaglianza $(x-y)^2+\ 2y^2=27$.

8. **LE PIASTRELLE SONO QUADRATE**
Un pavimento di una stanza quadrata di 23 dm. di lato è interamente ricoperto da piastrelle quadrate che possono essere di 1 dm. oppure di 2 dm. oppure ancora di 3 dm. di lato.
Quante piastrelle quadrate di 1 dm. di lato saranno necessarie al minimo per ricoprire l’intero pavimento?

9. **TUTTI CUBI**
Trovate tutte le soluzioni reali del sistema costituito dalle tre seguenti equazioni:
$$(x+y)^3=z\,,\qquad (y+z)^3=x\,,\qquad (z+x)^3=y$$

10. **UN SOTTOINSIEME**
Formate un insieme prendendo alcuni o tutti i numeri interi compresi tra 1 e 99. Ognuno di questi numeri deve essere considerato una sola volta e l’insieme che avete formato deve essere tale che sia impossibile considerarne un qualsiasi sottoinsieme la somma dei cui elementi è uguale a 100.
Quanti elementi contiene al massimo il vostro insieme?

11. **LE UOVA DI CIOCCOLATO**
A Nando, nel suo negozio, dopo le vacanze di Pasqua, sono avanzate cinque uova di cioccolato. Sono di due tipi diversi: alcune sono vuote e quindi più leggere; altre, ripiene, sono più pesanti. Nando le ha indicate con le lettere A, B, C, D, E. Le uova A ed E pesano, assieme, 252 g.; le uova A, B e C pesano, assieme, 420 g.; le uova B, C, D ed E pesano, assieme, 567 g.
Qual è il peso di ciascuna delle cinque uova?

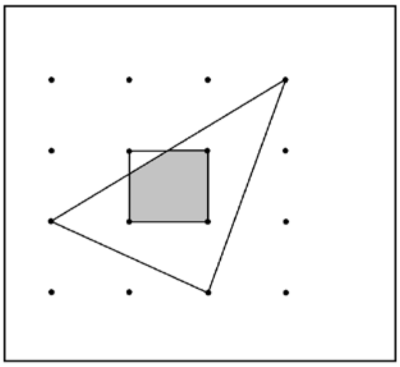
12. **AL MASSIMO**

Trovate il più grande valore (reale) che si può attribuire a z in modo che il seguente sistema, formato da due equazioni, ammetta soluzioni reali:

$x+y+z=10$, $xy+yz+zx=12$

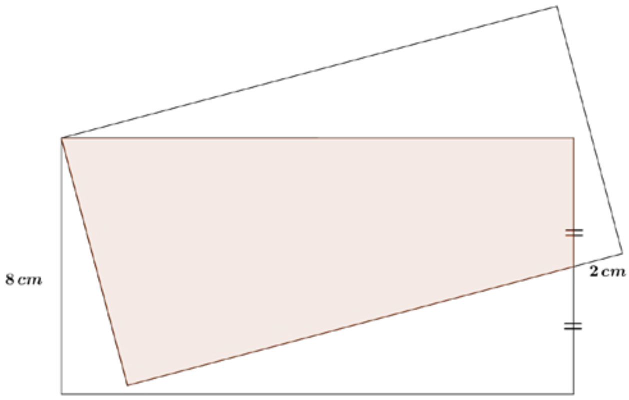
13. **UN TRIANGOLO E UN QUADRATO**

Prendete come unità di misura il lato della quadrettatura interna al quadrato grande e scrivete l'area della parte comune (in grigio nella figura) al triangolo e al quadratino interno al triangolo grande.



14. **I DUE RETTANGOLI**

In figura vedete due rettangoli, parzialmente sovrapposti, che hanno le stesse dimensioni e un vertice in comune.
Tenendo conto delle informazioni riportate in figura (8 cm., 2 cm. e due segmenti indicati come uguali), calcolate l'area della parte più scura.



15. **CIOCCOLATO CHE PASSIONE**

Nella sala di Chiara ci sono tre vassoi contenenti ciascuno lo stesso numero di cioccolatini. Carla ne prende uno, da uno dei vassoi, e lo rimette in uno degli altri due vassoi. Milena, a sua volta, prende due cioccolatini da uno dei tre vassoi e (resistendo alla tentazione di mangiarli) li rimette in uno degli altri due vassoi. E' il turno di Jacopo: prende quattro cioccolatini da uno dei tre vassoi e li rimette in uno degli altri due. A questo punto, uno dei tre vassoi contiene il doppio dei cioccolatini di un secondo vassoio e il triplo del numero di cioccolatini del terzo vassoio.

Quanti cioccolatini conteneva inizialmente ciascun vassoio?

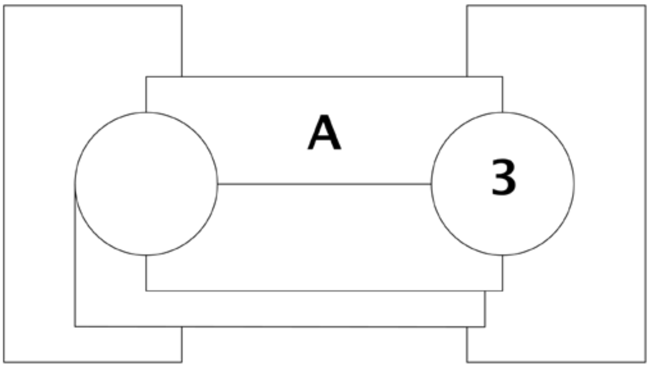
16. **UNA SCATOLA DI CUBI**

Una scatola a forma di parallelepipedo può essere riempita completamente con dei cubi di 1 cm. di lato. Se invece si mette nella scatola il più grande numero di cubi di $4\,cm.^3$ di volume (con i lati dei cubetti paralleli ai lati della scatola), si riempie al massimo un 40% della scatola.

Trovate il volume minimo della scatola che soddisfa tutte le precedenti condizioni.

17. **LE SETTE REGIONI**

Numerate le sette regioni della figura con i numeri interi da 1 a 7 (il 3, a dire il vero, è stato già inserito) in modo tale che due regioni che "si toccano" non abbiano due cifre consecutive.
Quale cifra va in A?



18. **MELANCHOLIA**

Il quadrato magico di Dürer, contenuto nella sua famosa "Melancholia", ha una particolarità: la somma di due numeri simmetrici rispetto al centro del quadrato è sempre uguale alla metà della somma magica (ovvero a 17).
Trovate un altro quadrato magico 4x4, con i numeri 15 e 14 scritti in questo ordine al centro della quarta riga, che goda della stessa proprietà.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

19. **BILANCIA A DUE PIATTI**
Qual è il minor numero di confronti, a due a due, con una bilancia a due piatti, necessari per trovare i due oggetti più pesanti tra 128 assegnati, tutti di peso diverso?

20. **DIECI RETTE**
Una retta divide il piano in due regioni. In quante regioni, al massimo, 10 rette dividono un piano?