CAMPIONATI INTERNAZIONALI DI GIOCHI MATEMATICI
FINALE ITALIANA
Università Bocconi di Milano - 11 maggio 1996

INIZIO CATEGORIA C1

1) QUANDO GIOCHIAMO A SALTERELLO
(coefficiente 1)

1	2	3	4	5	6	7	8

Paola gioca a salterello ed è appena arrivata su una casella tra quelle indicate nella figura. La somma dei numeri scritti nelle caselle poste a sinistra di quella che Paola ha raggiunto è uguale a quella dei numeri posti alla sua destra.

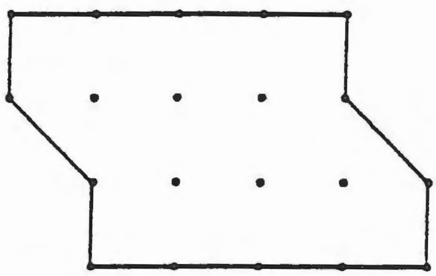
Su quale casella si trova Paola?

2) I DUE DADI DI DODO (coefficiente 2)

Dodo possiede due dadi, uno bianco e uno nero. Lancia un certo numero di volte entrambi i dadi. Stranamente, il totale dei punti segnati sulle due facce superiori risulta sempre uguale a 8, come nella figura, e inoltre, il dado bianco non ha mai indicato lo stesso punteggio.

Quante volte, al massimo, Dodo ha lanciato i suoi due dadi?

3) LE TORTE DI CRISTINA (coefficiente 3)



Cristina fa delle torte di una forma veramente originale: quella rappresentata nella figura qui sopra. Le sue torte sono previste per quattro persone.

Trovate il modo di tagliare la torta di Cristina in quattro parti perfettamente sovrapponibili.

4) ELIMINAZIONE (coefficiente 4)

6	7	29	4	13	5	2	8	9

Nella lista dei numeri qui sopra riportata eliminate due numeri la cui somma è 12 e la cui differenza vale 2. Poi, eliminate due numeri la cui somma vale 12 e il cui prodotto vale 32. In seguito, eliminate due numeri la cui differenza vale 7 e il cui prodotto vale 78. Infine, eliminate due numeri tali che, quando si divide l'uno per l'altro, il quoziente vale 3 ed il resto 2.

Quale numero rimane?

INIZIO CATEGORIE C2, L1, L2, GP

5) LA PAROLA PIU' CORTA (coefficiente 5)

Il piccolo Ababa gioca con le lettere del suo nome. Si è inventato le seguenti regole :

a) se in una parola trova una A seguita da una B, può sostituire AB con la sequenza BAA;
b) se in una parola trova due B consecutive, può togliere la coppia di B dalla parola;
c) se in una parola trova tre A consecutive, può togliere le tre A dalla parola.

Partendo dalla parola ABABABAABAAB, qual è la parola più corta che può ottenere?

6) IL PICCOLO RECINTO (coefficiente 6)

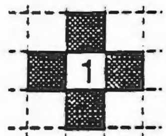


fig. 1

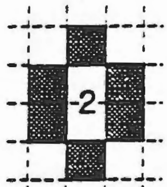


fig. 2

Per realizzare un recinto su un foglio quadrettato, basta annerire alcuni quadratini del foglio in modo da circondare uno o più quadratini. I quadratini neri del recinto possono toccarsi per un vertice o per un lato. Con 4 quadrati neri si può includere un quadrato della quadrettatura (figura 1). Con 6 quadrati neri si possono includere due quadrati (figura 2).

Qual è il numero massimo di quadrati della quadrettatura che si possono includere disponendo 9 quadrati neri?

7) IL C.D. (coefficiente 7)

L'ultimo C.D. dei Math-Singer costa un numero intero di franchi. Pur non avendo il portafoglio vuoto, Matteo non può acquistarlo poiché gli mancano 47 franchi. Anche Matilde non può comprarlo in quanto le mancano 2 franchi per pagarlo.

Matilde e Matteo decidono allora di mettere in comune i loro franchi, ma anche in questo caso non hanno sufficienti franchi per comprarlo.

Quanti franchi costa il C.D. dei Math-Singer?

8) FAMIGLIA NUMEROSA (coefficiente 8)

Anna dice: "Sono la sesta tra i figli della mia famiglia e i miei fratelli sono almeno tanti quanti le mie sorelle". Da parte sua il fratello minore Gianni aggiunge: "Io invece ho almeno il doppio di sorelle che di fratelli".

Quanti sono i figli e le figlie della famiglia di Anna e Gianni?

9) I SALICI (coefficiente 9)

Sul bordo di uno stagno circolare sono piantati 5 magnifici salici sui cui rami si trovano dei passeri il cui numero totale è inferiore a 30.
Ad un certo momento, un passero è passato dal primo al secondo salice. Due passeri sono in seguito passati dal secondo al terzo salice, poi tre dal terzo al quarto, quattro dal quarto al quinto ed infine cinque passeri si sono spostati dal quinto salice al primo. Dopo questi trasferimenti, vi era lo stesso numero di passeri su ciascuno dei cinque salici.
Dite il numero dei passeri posati su ciascuno dei cinque salici, prima di tutti i trasferimenti.

FINE CATEGORIA C1

10) I NOVE NUMERI (coefficiente 10)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
18	17	16	15	14	13	12	11	10
19	...	...						
					...	...	80	81

Inscriviamo i numeri da 1 a 81 nelle caselle di una tabella quadrata, procedendo come indicato in figura. Scegliamo poi 9 numeri della tabella in modo che comunque presi 2 qualsiasi di essi non appartengano mai né alla medesima riga né alla medesima colonna.
Qual è il massimo valore possibile della somma di questi nove numeri?

11) I CINQUE GIOCATORI (coefficiente 11)

Cinque giocatori A, B, C, D, E, giocano alla cannuccia più corta (su 5 cannucce chi prende la più corta perde). Prima di ogni partita, ciascuno dei 5 giocatori, punta una certa somma di denaro che pone davanti a sé. All'inizio del gioco, A punta più di B, che punta più di C, il quale punta più di D, che a sua volta punta più di E. Ogni partita determina un solo perdente. Ogni perdente deve pagare una cifra pari alla puntata di ogni suo avversario, prendendo i soldi dalla sua puntata, oppure, se la puntata è insufficiente, dal proprio portafoglio, in questo ultimo caso però è costretto ad abbandonare il gioco.
Dopo 5 partite consecutive (dopo la puntata iniziale non sono state effettuate altre puntate), nessun giocatore ha abbandonato il gioco, ogni giocatore ha perso una volta e ciascuno ha davanti a sé la somma di L. 32.000.
Quali erano, nell'ordine da A a E, le puntate iniziali dei 5 giocatori?

FINE CATEGORIA C2

12) SOLO CIFRE 1 (coefficiente 12)

Se calcolo

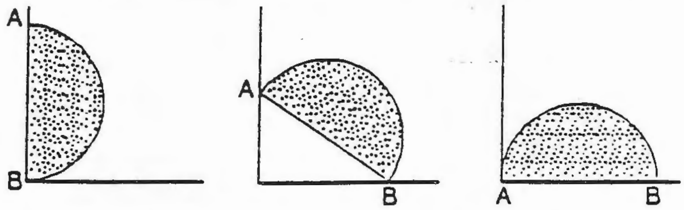
$$\begin{array}{r} 1 \\ +\,11 \\ +\,111 \\ +\,1111 \\ \ldots\ldots\ldots \\ +\,111111\ldots\ldots\ldots\ldots111111111111 \end{array}$$

(nella 96-sima ed ultima linea, la cifra 1 si ripete 96 volte), **quante cifre 1 appariranno nel risultato?**

13) IL GRANDE SENO (coefficiente 13)

Scrivete il più piccolo valore di n per il quale l'espressione $\sin 2^n$, dove n è un intero naturale e dove 2^n indica la misura di un angolo misurato in gradi sessagesimali, assume il valore massimo.

14) UN COLPO DI SPUGNA (coefficiente 14)



Una spugna semicircolare ha il diametro che misura 20 cm (nella figura qui sopra la vista è dall'alto). Si fa scivolare questa spugna, imbevuta di un prodotto per la pulizia, senza schiacciarla, sul pavimento, nell'angolo di una stanza in modo che il diametro [AB] rimanga costantemente in contatto con i due lati dell'angolo retto.
Quale sarà l'area pulita dalla spugna (fornire l'area in cm^2, arrotondata al cm^2 più vicino)?

FINE CATEGORIA L1

15) IL QUADRATO TETRAEDRICO (coefficiente 15)

Una scatola di cartone ha la forma di un tetraedro. Tagliamo questa scatola secondo tre spigoli che convergono nel medesimo vertice e, stirando bene le facce, otteniamo lo sviluppo del tetraedro. Questo sviluppo è un quadrato il cui lato misura 30 cm.
Qual era il volume della scatola di partenza?

16) IL TERRENO DI PAPA' CESARIN (coeffic. 16)

Papà Cesarin possiede un terreno vicino a Bergamo avente la forma di un pentagono non regolare. Questo pentagono ha due grandi lati consecutivi perpendicolari misuranti entrambi 100 m e tre lati più piccoli aventi la medesima lunghezza. Uno di questi lati più piccoli risulta parallelo a uno dei due lati grandi. D'altra parte il terreno di Cesarin ha l'area di un mezzo ettaro.
Qual è il perimetro del terreno di Cesarin ?
(Scrivere il valore del perimetro arrotondato al metro più vicino. Si può prendere, se vi fosse bisogno, 1.414 per $\sqrt{2}$, 1.732 per $\sqrt{3}$, 2.236 per $\sqrt{5}$, 2.646 per $\sqrt{7}$.)

FINE CATEGORIE L2 e GP